

Lista 0

Z.1. Wykazać, że funkcja  $f(x) = x^2$  jest wypukła.

Z.2. Wykazać, że funkcja  $f(x) = \exp(x)$  jest wypukła.

Z.3. Wykazać, że funkcja  $f(x) = \ln(x)$  jest wklęsła.

Z.4. Niech  $f : R \rightarrow R$  będzie funkcją wypukłą. Udowodnić, że jeśli  $n \in N$   $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \in R$ , to

$$f\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n)}{n}.$$

Z.5. Sprawdzić, że  $\left| \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \right| \leq \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}}$  dla każdego  $n \in N$   $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \in R$ .

Z.6. Udowodnij, że  $x_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot x_n^{\alpha_n} \leq \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n$  dla każdego  $n \in N$  i wszystkich  $x_1, \dots, x_n \in (0, \infty)$

I takich  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in [0, \infty)$  że  $\alpha_1 + \dots + \alpha_n = 1$ .

W szczególności pokaż, że  $(x_1 \cdot \dots \cdot x_n)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$  dla każdego  $n \in N$  i wszystkich

$x_1, \dots, x_n \in (0, \infty)$ .